TEST TYPE TOMIC SUR LES OPÉRATEURS VECTORIELS

1) Soit une fonction f définie par $f\left(x,y,z\right) = \frac{\arctan(y)}{z^2} - xz$ sur $\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}^*$.
Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{V}$ gradient de f défini par $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{grad} f$ en $M(1;0;1)$?
2) Qu'est-ce qui permet de définir la « normale aux surfaces de niveau d'une fonction f à trois variables » ?
3) Quel opérateur indique la tendance qu'ont les lignes de champ d'un champ vectoriel à tourner autour d'un point ?
4) Citer un opérateur qui transforme un champ de vecteurs en un champ de vecteurs.
5) Soit la fonction f définie par $f\left(x,y,z\right) = xyz\overrightarrow{i} - z\overrightarrow{k}$ sur $\mathbb{R}^3$.
Cocher l'affirmation fausse.
   A- On peut calculer le gradient de f.
   B- On peut étudier la fonction f sur son domaine de définition.
   C- On peut calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de f.
   D- On peut calculer la divergence de f.
6) Soit un élément de volume dA autour d'un point M et un champ de vitesses $\overrightarrow{V}$ tels qu'il y a moins de fluide qui rentre dans l'élément dA qu'il n'en sort.
Cocher ce qu'on peut en déduire :
   A- $\overrightarrow{grad}\overrightarrow{V}(M) > 0$
   B- $\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{V}(M) > 0$
   C- $\overrightarrow{\nabla}\wedge\overrightarrow{V}(M) < 0$
   D- $\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{V}(M) < 0$
   E- $\overrightarrow{\nabla}\wedge\overrightarrow{V}(M) = 0$
   F- $\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{V}(M) = 0$
7) Soit une fonction f définie par $f\left(x,y,z\right) = xzy^2 + x^2y$ sur $\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
Calculer la laplacien de f en $M(1;1;1)$?
8) Soit le champ de vecteurs $\overrightarrow{V}$ défini par $\overrightarrow{V}\left(x,y,z\right) = \arctan(xz)\,\overrightarrow{i} + \sin^2(xz)\,\overrightarrow{k}$ sur $\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
Calculer la divergence de $\overrightarrow{V}$ en $M(0;0;1)$?
9) Si $\overrightarrow{V}$ défini comme dans la question précédente est le champ de vitesses d'un fluide, comment se comporte ce fluide au voisinnage de $M(0;0;1)$?