

TEST TYPE TOMIC RÉDACTIONNEL SUR LES FONCTION DE PLUSIEURS VARIABLES

Durée : 1 heure

Sont autorisés : document, calculatrice, internet, bibliothèques Python Scipy et Numpy

Exercice 1

On note :

$$f(x, y) = 3x^2 - xy - y^2$$

- 1) Calculer sans calculatrice une valeur approchée de $f(1,01; 2,98)$.
- 2) Calculer l'erreur relative d'interpolation de cette approximation du nombre $f(1,01; 2,98)$.
- 3)
 - a) En quel point de la représentation graphique de f l'approximation affine que l'on a déterminée précédemment permet-elle rapidement de déterminer une équation du plan tangent à cette représentation graphique?
 - b) Déterminer une équation du plan tangent à la représentation graphique de f en ce point.

Exercice 2

Afin de traiter une infection bactérienne, l'utilisation conjointe de deux composés chimiques est utilisée. Des études ont montré que la durée de l'infection en fonction du dosage en mg de ces deux composés chimiques pouvait être modélisée par la fonction D définie comme suit :

$$D(x, y) = x^2 + 2y^2 - 18x - 24y + 2xy + 120$$

Déterminer comment minimiser la durée de l'infection.

Exercice bonus

Soient ϕ et ψ deux fonctions de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R} .

On considère le problème de Cauchy suivant d'inconnue f :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \\ f(x, 0) = \phi(x) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, 0) = \psi(x) \end{cases}$$

- 1) Résolve ce problème de Cauchy en utilisant le changement de variables suivant :

$$\begin{cases} u = x + y \\ v = y \\ f(x, y) = g(u, v) \end{cases}$$

- 2) En déduire les solutions de ce problème de Cauchy dans les cas particuliers suivants :

- a) $\phi(x) = \psi(x) = 1$
- b) $\phi(x) = x^2$ et $\psi(x) = 0$